- Wochenaufgaben 26 -

Aufgabe 1: *Bestimme, ob der angegebene Term ein Skalar, einen Vektor oder einen nicht definierten Ausdruck beschreibt.*

Term	Vektor	Skalar	nicht definiert
$\lvert\vec{a}\rvert \times \vec{b}$			
$\dfrac{\vec{r} \times \vec{a}}{\vec{n} \cdot \vec{b}}$			
$\vec{c} \times \left(t \cdot \vec{a} - r \cdot \vec{b}\right)^2$			
$\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} \times \vec{d}$			
$\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$			

Aufgabe 2: *Bestimme die erste und zweite Ableitung.*

a) $f(x) = \cos(2x)\sin(3x)$

b) $f(x) = e^{-\frac{1}{4}\sin(4x)}$

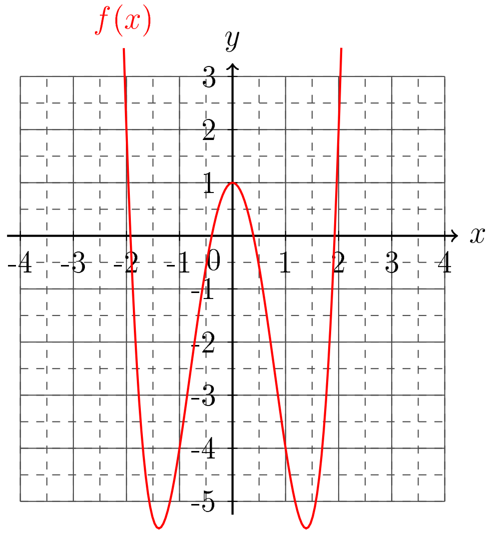
c) $f(x) = (3x - x^4)e^{-2x}$

d) $f(x) = \sqrt{\left(\frac{5}{2}x^2 - \frac{3}{10}x^5\right)^7}$

Aufgabe 3: *Bestimme das* 75%*-ige Konfidenzintervall einer Binomialverteilung, welche durch* $p = 0,\overline{3}$ *und* $n = 450$ *beschrieben wird.*

Aufgabe 4: *Auf der Ebene* $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ *befindet sich ein Kreis mit dem Radius* $5LE$ *und dem Mittelpunkt* $M(2|1|-2)$*. Bestimme die Kreisgleichung.*

Aufgabe 5: *Rekonstruiere aus dem Funktionsgraphen die Funktionsgleichung.*



- Wochenaufgaben 25 - Lösungen -

Aufgabe 1: *Die Punkte $A(9|-1|7)$, $B(-3|5|-5)$ und $D(4|-1|6)$ definieren ein Parallelogramm. Berechne den Flächeninhalt, den Umfang, die Winkel und die Koordinaten des fehlenden Eckpunktes.*

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -12 \\ 6 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$A = \left|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{DC}\right| = \left|\begin{pmatrix} -6 \\ 48 \\ 30 \end{pmatrix}\right| = 18\sqrt{10}FE \approx 56,921FE$$

$$U = 2 \cdot \left|\overrightarrow{AD}\right| + 2 \cdot \left|\overrightarrow{DC}\right| \approx 46,198LE$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\left|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{DC}\right|}{\left|\overrightarrow{AD}\right|\left|\overrightarrow{DC}\right|}\right) \approx 141,671^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha \approx 38,329^\circ$$

Aufgabe 2: *Berechne den eingeschlossenen Flächeninhalt zwischen den Funktionen $f(x) = (x^2 - x)e^{-2x}$ und $g(x) = (3x - 2x^2)e^{-2x}$.*

$$\begin{aligned} f(x) &\overset{!}{=} g(x) \\ (x^2 - x)e^{-2x} &= (3x - 2x^2)e^{-2x} \quad \Big|: e^{-2x} \\ x^2 - x &= 3x - 2x^2 \quad \Big| -x^2 + x \\ 0 &= 4x - 3x^2 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0 \\ 0 &= 4 - 3x \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{4}{3} \\ A &= \left|\int\limits_0^{\frac{4}{3}} \left(4x - 3x^2\right) e^{-2x} dx\right| \approx 0,3716FE \end{aligned}$$

Aufgabe 3: *Eine Normalverteilung ist durch den Erwartungswert $\mu = 2450$ und einer Standardabweichung $\sigma = 115$ definiert. Bestimme die 92%-igen Konfidenzintervallsgrenzen (92% aller Ereignisse sollen in diesem Intervall liegen).*

$$\begin{aligned}
\Phi(-a \leq X \leq a) = 0,92 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-a}^{a} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\
0,92 &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{0}^{a} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\
0,46 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{0}^{a} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz
\end{aligned}$$

In der Tabelle wird der Wert von a abgeschätzt oder mit einem Taschenrechner berechnet: $a = 1,75068607125 \approx 1,75$, woraus sich das Intervall um den Erwartungswert μ ergibt: $[\mu - a\sigma; \mu + a\sigma] \approx [2248,671; 2651,329]$

Aufgabe 4: *Berechne die Ortskurve der Maxima der Funktionsschar $f_a(x) = ax^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4$.*

$$\begin{aligned}
f_a(x) &= ax^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4 \\
f_a'(x) &\stackrel{!}{=} 0 = 4ax^3 - x \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0 \ \wedge \ x_{2,3} = \pm\frac{1}{2\sqrt{a}} \\
f_a(x_2) = f_a(x_3) &= 4 - \frac{1}{16a} \quad \Rightarrow \quad E_1\left(\frac{1}{2\sqrt{a}} \middle| 4 - \frac{1}{16a}\right) \ \wedge \ E_2\left(-\frac{1}{2\sqrt{a}} \middle| 4 - \frac{1}{16a}\right) \\
x &= \pm\frac{1}{2\sqrt{a}} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{4x^2} \\
E(x) &= 4 - \frac{1}{16} : \frac{1}{4x^2} \\
E(x) &= 4 - \frac{x^2}{4}
\end{aligned}$$

Aufgabe 5: *Bestimme alle Felder der Vierfeldertafel für eine bedingte Wahrscheinlichkeit.*

	A	$\bar{A}$	
B	$0,33$	$0,13$	$0,46$
$\bar{B}$	$0,42$	$0,12$	$0,54$
	$\frac{3}{4}$	$0,25$	1